

Filter

Averaging Filter (평균필터)

$\bar{x}_k = k$ 개 데이터의 평균

$$\bar{x}_k = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$$

$$\bar{x}_{k-1} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{k-1}}{k-1}$$

$$k \bar{x}_k = x_1 + x_2 + \dots + x_k$$

$$\frac{k}{k-1} \bar{x}_k = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k-1}$$

$$\frac{k}{k-1} \bar{x}_k = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{k-1}}{k-1} + \frac{x_k}{k-1}$$

$$\frac{k}{k-1} \bar{x}_k = \bar{x}_{k-1} + \frac{x_k}{k-1}$$

$$\bar{x}_k = \frac{k-1}{k} \bar{x}_{k-1} + \frac{x_k}{k}$$

$$\frac{k-1}{k} = \alpha = 1 - \frac{1}{k}$$

$$\frac{1}{k} = 1 - \alpha$$

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1 - \alpha) x_k$$

Moving Average (이동평균)

$\bar{x}_k = n$ 개 데이터의 평균

$$\bar{x}_k = \frac{x_{k-n+1} + x_{k-n+2} + \dots + x_k}{n}$$

$$\bar{x}_{k-1} = \frac{x_{k-n} + x_{k-n+1} + \dots + x_{k-1}}{n}$$

$$\bar{x}_k - \bar{x}_{k-1} = \frac{x_{k-n+1} + x_{k-n+2} + \dots + x_k}{n} - \frac{x_{k-n} + x_{k-n+1} + \dots + x_{k-1}}{n}$$

$$\bar{x}_k - \bar{x}_{k-1} = \frac{x_k - x_{k-n}}{n}$$

$$\bar{x}_k = \bar{x}_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-n}}{n}$$

Laplace transform

$$G[s] = \int_0^{\infty} g[t] e^{-s t} dt$$

$$u[t] \rightarrow g[t] \rightarrow y[t]$$

$u[t]$ = 시간에 대한 함수 입력

$g[t]$ = 시간에 대한 함수 필터

$y[t]$ = 시간에 대한 함수 출력

$$U[s] \rightarrow G[s] \rightarrow Y[s]$$

$U[s]$ = 주파수의 관점에서 입력 신호

$G[s]$ = 주파수의 관점에서 필터

$Y[s]$ = 주파수의 관점에서 출력 신호

$$Y[s] = G[s] U[s]$$

Low Pass Filter (저주파 통과 필터)

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1 - \alpha) x_k$$

$$0 \leq \alpha < 1$$

Estimated value

Exponentially weighted

■ LPF

$$G[s] = \frac{a}{s + a}$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G[s] = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{a}{s + a} = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} G[s] = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{a}{s + a} = 1$$

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1 - \alpha) x_k$$

■ induce ↔ deduce

$$G[s] = \frac{1}{\frac{1}{a} s + 1} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$\tau = \frac{1}{a}$$

$$\frac{Y[s]}{U[s]} = \frac{\bar{X}[s]}{X[s]} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$(\tau s + 1) \bar{X}[s] = X[s]$$

라플라스 역변환

$$\tau \frac{d}{dt} \bar{x}[t] + \bar{x}[t] = x[t]$$

$$\frac{d}{dt} \bar{x}[t] = \frac{\bar{x}_k - \bar{x}_{k-1}}{\Delta t}$$

$$\tau \frac{\bar{x}_k - \bar{x}_{k-1}}{\Delta t} + \bar{x}_k = x_k$$

$$\tau \bar{x}_k - \tau \bar{x}_{k-1} + \Delta t \bar{x}_k = \Delta t x_k$$

$$\tau \bar{x}_k + \Delta t \bar{x}_k = \tau \bar{x}_{k-1} + \Delta t x_k$$

$$(\tau + \Delta t) \bar{x}_k = \tau \bar{x}_{k-1} + \Delta t x_k$$

$$\bar{x}_k = \frac{\tau}{\tau + \Delta t} \bar{x}_{k-1} + \frac{\Delta t}{\tau + \Delta t} x_k$$

$$\alpha = \frac{\tau}{\tau + \Delta t}$$

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + (1 - \alpha) x_k$$

High Pass Filter (고주파 통과 필터)

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + \alpha (x_k - \bar{x}_{k-1})$$

$$0 \leq \alpha < 1$$

■ HPF

$$G[s] = \frac{s}{s + a}$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} G[s] = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{s}{s + a} = 1$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} G[s] = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s + a} = 0$$

$$G[s] = \frac{s/a}{s/a + 1} = \frac{\tau s}{\tau s + 1}$$

$$\tau = \frac{1}{a}$$

$$Y[s] = G[s] U[s]$$

$$Y[s] = \frac{\tau s}{\tau s + 1} U[s]$$

$$(\tau s + 1) \cdot Y[s] = \tau s \cdot U[s]$$

라플라스 역변환

$$\tau \dot{y}[t] + y[t] = \tau \dot{u}[t]$$

$$\tau \frac{y_k - y_{k-1}}{\Delta t} + y_k = \tau \frac{u_k - u_{k-1}}{\Delta t}$$

$$\tau (y_k - y_{k-1}) + \Delta t y_k = \tau (u_k - u_{k-1})$$

$$\tau y_k + \Delta t y_k = \tau y_{k-1} + \tau (u_k - u_{k-1})$$

$$(\tau + \Delta t) y_k = \tau y_{k-1} + \tau (u_k - u_{k-1})$$

$$y_k = \frac{\tau}{\tau + \Delta t} y_{k-1} + \frac{\tau}{\tau + \Delta t} (u_k - u_{k-1})$$

$$\alpha = \frac{\tau}{\tau + \Delta t}$$

$$\bar{x}_k = \alpha \bar{x}_{k-1} + \alpha (x_k - x_{k-1})$$

Complementary Filter (상보필터)

$x[t]$: 측정 참값, $n[t]$: 측정 노이즈값

$G_1[s]$ = 측정값 1 에 대한 필터의 전달함수

$G_2[s]$ = 측정값 2 에 대한 필터의 전달함수

$Z[s]$ = 최종 출력

$$x[t] + n_1[t] \rightarrow G_1[s]$$

$$x[t] + n_2[t] \rightarrow G_2[s]$$

$$G_1[s] + G_2[s] \rightarrow Z[t] \approx x[t]$$

$$G_1[s] = 1 - G[s]$$

$$G_2[s] = G[s]$$

$$Z[s] = \{1 - G[s]\} \times \{X[s] + N_1[s]\} + G[s] \times \{X[s] + N_2[s]\}$$

$$= \{1 - G[s]\} X[s] + \{1 - G[s]\} N_1[s] + G[s] X[s] + G[s] N_2[s]$$

$$= X[s] - G[s] X[s] + \{1 - G[s]\} N_1[s] + G[s] X[s] + G[s] N_2[s]$$

$$= X[s] + \{1 - G[s]\} N_1[s] + G[s] N_2[s]$$

$$Z[s] = X[s] + \{1 - G[s]\} N_1[s] + G[s] N_2[s]$$

$$Z[s] \approx X[s]$$

노이즈만 필터링 되는 구조임