

Probability

Statistical phenomena (통계적 현상)

Random experimental, trial (확률 실험)

통계적 현상의 확실함의 정도를 나타내는 척도

■ 수학적 확률

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}, \text{ 표본공간 } S$$

■ 통계적 확률

Relative frequency (상대빈도수)

: n 회의 시행에서 문제의 사건이 r 회 일어났다고 하면 r/n 이 된다.

$$P(A) = p$$

Sample space (표본 공간)

: 확률 실험에서 가능한 모든 결과의 집합

■ 정리

$$0 \leq P[A_i]$$

$$P[S] = 1$$

$$P[A_i \cup A_j] = P[A_i] + P[A_j], \quad A_i \cap A_j = \emptyset$$

■ 성질

$$P[A^c] = 1 - P[A]$$

$$P[A] \leq 1$$

$$P[\emptyset] = 0$$

$$P\left[\bigcup_{k=1}^N A_k\right] = \sum_{k=1}^N P[A_k], \quad \{A_i \cap A_j = \emptyset \mid i, j\}, \quad \{A_1, A_2, \dots, A_N\}$$

$$P[A_1 \cup A_2] = P[A_1] + P[A_2] - P[A_1 \cap A_2]$$

$$P\left[\bigcup_{k=1}^N A_k\right] = \sum_{k=1}^N P[A_k] - \sum_{j < k} P[A_k \cap A_j] + \dots + (-1)^{N+1} P[A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_N]$$

$$P[A_1] \leq P[A_2], \quad A_1 \subset A_2$$

■ Marginal Probability (주변 확률)

■ 조건부 확률

$$P[A | B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]}$$

■ Joint Probability (결합 확률)

$$\begin{aligned} P[A] P[B | A] &= P[A \cap B] \\ P[B] P[A | B] &= P[A \cap B] \end{aligned}$$

■ A, B 독립

$$P[A | B] = P[A]$$

$$P[A] \times P[B] = P[A \cap B]$$

■ Chain Rule

$$A_1, A_2, \dots, A_n$$

$$P[A_1, A_2, \dots, A_n] = P[A_1 | A_2, A_3, \dots, A_n] \times P[A_2 | A_3, A_4, \dots, A_n] \times \dots \times P[A_{n-1} | A_n] \times P[A_n]$$

■ 전체 확률 이론

$B_1, B_2, \dots, B_N$: 상호 배타적인 사건

$$A = A \cap S = A \cap (B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_N) = (A \cap B_1) \cup (A \cap B_2) \cup \dots \cup (A \cap B_N)$$

$$P[A] = P[A \cap B_1] + P[A \cap B_2] + \dots + P[A \cap B_N]$$

$$P[A] = P[A | B_1] P[B_1] + P[A | B_2] P[B_2] + \dots + P[A | B_N] P[B_N] = \sum_{k=1}^N P[A | B_k] P[B_k]$$

■ 베이즈의 정리

inductive (귀납론적 추론), deductive (연역론적 추론)

불확실한 상황하에서의 의사결정 문제를 수리적으로 다룰때 매우 중요하게 사용되는 정리,
연역론적 추론방식인 확률을 사용하여 귀납론적 추론 방식을 행하는 방법

■ partition region (S 분할 영역)

$$P[B_j | A] = \frac{P[A \cap B_j]}{P[A]} = \frac{P[A | B_j] P[B_j]}{\sum_{k=1}^N P[A | B_k] P[B_k]}$$

■ 특징 벡터 ($\mathbf{x}$), 클래스 (ω_j)

$$P[\omega_j | \mathbf{x}] = \frac{P[\mathbf{x} | \omega_j] P[\omega_j]}{\sum_{k=1}^N P[\mathbf{x} | \omega_k] P[\omega_k]} = \frac{P[\mathbf{x} \cap \omega_j] \cdot P[\omega_j]}{P[\mathbf{x}]}$$

$P[\omega_j]$: 클래스 ω_j 의 **Prior Probability** (사전 확률)

$P[\omega_j | \mathbf{x}]$: 관측 $\mathbf{x}$ 가 주어질 경우 클래스 ω_j 에 대한 **Posterior Probability** (사후 확률)

$P[\mathbf{x} | \omega_j]$: **Likelihood** (우도) 클래스 ω_j 가 주어질 경우 관측 $\mathbf{x}$ 가 일어날 조건부 확률

$P[\mathbf{x}]$: $\mathbf{x}$ 가 일어날 확률로 결정에 영향을 미치지 않는 정규화 상수